Программа курса «Основы теории графов»

Бакалавриат кафедры дискретной математики ФИВТ

# Программа курса

1. *Напоминание базовых терминов и обозначений теории графов.* Потоки в сетях. Теорема Форда—Фалкерсона. Следствие о существовании целочисленного максимального потока в сети с целочисленными весами. [Diestel, теорема 6.2.2 и следствие 6.2.3]
2. *Эйлеровы циклы и эйлеровы графы, алгоритм Флёри.* [Емеличев, §43] Факторизация графов. *Теорема Холла* (вывод из теоремы о целочисленном потоке). Критерий 2-факторизуемости. [Diestel, следствие 2.1.5] Понятия рёберной и вершинной k-связности. [Емеличев, §33] Теорема Менгера (вывод из теоремы о целочисленном потоке). [Свами, раздел 15.7.4] Теорема Мадера (без доказательства). [Diestel, §3.4] Вариант теоремы Менгера для планарных графов. Теорема Липтона—Тарджена о разделении планарных графов и идеи её алгоритмических приложений. [Alon]
3. Теорема о шести свойствах двусвязных графов. [Емеличев, теорема 34.1] Лемма о веере. Теорема о циклах в k-связных графах. [Bondy, раздел 9.2] Теоремы о рекурсивном построении двусвязных и трёхсвязных графов. [Diestel, утверждение 3.1.1, теорема 3.2.3] *Минимальные связные графы: деревья. Теорема о шести эквивалентных определениях дерева.* [Уилсон, теорема 9А] Деревья блоков и точек сочленения: BC-деревья. [Емеличев, утверждения 34.2—34.6] Метрики на деревьях. [Зарецкий]
4. Укладки графов. Планарные графы. [Емеличев, §36—37] Миноры и топологические миноры. [Diestel, раздел 1.7] *Максимальное число рёбер в планарных графах.* [Емеличев, §36—37] Критерии Вагнера и Куратовского. [Скопенков]
5. Плоские триангуляции. Трёхсвязность триангуляций. [Емеличев, §38, следствие 39.2] Теорема Татта о границах граней в трёхсвязных планарных графах. Теорема Уинти. [Bondy, теоремы 10.27, 10.28]
6. Теорема Вагнера—Фари о прямолинейных укладках планарных графов. Несколько теорем без доказательства о свойствах планарных графов. Минорно-наследственные классы графов, теорема Сеймура—Робертсона (без доказательства). [Diestel, следствие 12.5.2]
7. *Определения хроматического числа, хроматического индекса* и списочного хроматического числа. Связь между списочным и обычным хроматическим числом. *Простые оценки хроматического числа: оценки через кликовое число, число независимости, количество рёбер.* [Diestel, утверждение 5.2.1; Емеличев, следствие 54.2 и др.] Теорема Брукса о хроматическом числе. [Емеличев, стр. 239] Теоремы Визинга и Кёнига о хроматическом индексе. [Diestel, утверждение 5.3.1, теорема 5.3.2] Списочное хроматическое число планарных графов: теоремы Войгт и Томассена [Aigner, глава 34]. Совершенные графы. Примеры. Теорема Ловаса. [Diestel, теорема 5.5.6]
8. Гамильтоновы циклы. Условия Хватала—Эрдёша. [Diestel, утверждение 10.1.2] Условия Асратяна—Хачатряна. [Diestel, теорема 10.1.3] Гамильтоновы последовательности, условия Хватала. [Diestel, теорема 10.2.1] Гамильтоновы циклы в планарных графах. Теорема Гринберга. [Емеличев, теорема 44.7]

# Литература

1. В. А. Емеличев, О. И. Мельников, В. И. Сарванов, Р. И. Тышкевич. Лекции по теории графов. М.: Книжный дом «Либроком», 2009.
2. К. А. Зарецкий. [Построение дерева по набору расстояний между висячими вершинами](http://www.mathnet.ru/php/getFT.phtml?jrnid=rm&paperid=6134&what=fullt&option_lang=rus) // УМН, 1965, том 20, выпуск 6(126), стр. 90–92
3. М. Свами, К. Тхуласираман. Графы, сети и алгоритмы. М.: Мир, 1984.
4. А. Б. Скопенков. Вокруг критерия Куратовского планарности графов // [Математическое просвещение, 2005, выпуск 9](http://www.mccme.ru/free-books/matprosa.html), стр. 116—128
5. Р. Уилсон. Введение в теорию графов. М.: Мир, 1977.
6. M. Aigner, G. M. Ziegler. Proofs From THE BOOK. Fourth Edition. Springer, 2009.
7. N. Alon, P. D. Seymour and R. Thomas. [Planar separators](http://www.tau.ac.il/~nogaa/PDFS/Publications/Planar%20separators.pdf), SIAM J. Discrete Math. 7 (1994), 184-193.
8. B. Bollobás. Modern Graph Theory. Springer, 1998.
9. J. A. Bondy, U. S. R. Murty. Graph Theory. Springer, 2008.
10. R. Diestel. [Graph Theory. Fourth Edition.](http://diestel-graph-theory.com/basic.html) Springer-Verlag, 2010.