

## Задачи по курсу случайных графов. Часть 3

1. Пусть  $p \sim c \cdot n^{-k/(k-1)}$ , а  $X_k$  — это число деревьев размера  $k$  в  $G(n, p)$ . Докажите, что тогда  $X_k \xrightarrow{d} Pois(\lambda)$  при  $n \rightarrow \infty$ , где  $\lambda = \frac{c^{k-1}k^{k-2}}{k!}$ .
2. Оказывается, что при  $p = c/n$ ,  $c > 0$ ,  $c \neq 1$ , размер максимальной древесной компоненты в  $G(n, p)$  имеет порядок  $\ln n$ .
  - а) Докажите, что существует такая константа  $\gamma = \gamma(c)$ , что  $\mathbf{P}(T_k > 0) \rightarrow 1$ , где  $k \geq \gamma \cdot \ln n$ , а  $T_k$  — число древесных компонент размера  $k$  в  $G(n, p)$ .
  - б) Обозначим через  $L^{(t)}$  — размер максимальной древесной компоненты в  $G(n, p)$ . Вычислите такую  $\gamma = \gamma(c)$ , что

$$\frac{L^{(t)}}{\ln n} \xrightarrow{\mathbf{P}} \gamma.$$