1. Докажите, что для любого графа G свойство L_G (содержать копию графа G) является свойством первого порядка.

2. С помощью теоремы Спенсера и Шела докажите, что закон нуля или единицы для $G(n,p)$ выполнен, если $p = 1 - n^{-\alpha}$, где $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

3. Докажите, что если $p = n^{-\alpha}$, $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 3$, $\alpha \in (0, 1/(k-1))$, то случайный граф $G(n,p)$ подчиняется k-закону нуля или единицы (для любого свойства L, записываемого с помощью свойства первого порядка, кванторная глубина которого не превосходит k, вероятность того, что случайный граф $G(n,p)$ обладает этим свойством стремится либо к 0, либо к 1).

4. Докажите теорему о количестве максимальных сбалансированных графов.

   Теорема 1 *Пусть G — сбалансированный граф с плотностью, меньшей $1/\alpha$, пара (K,T) является α–жесткой. Тогда с асимптотической вероятностью 1 для любых вершин $\widetilde{x}_1, ..., \widetilde{x}_l$ выполнено*

$$N_G^{(K,T)}(\widetilde{x}_1, ..., \widetilde{x}_l) \sim N_G(\widetilde{x}_1, ..., \widetilde{x}_l) \sim \mathsf{E}N_G^{(K,T)}(\widetilde{x}_1, ..., \widetilde{x}_l)$$
$$= \Theta\left(n^{v(G)-\alpha e(G)}\right).$$

5. Докажите, что случайный граф $G(n,p)$

   а) не подчиняется закону нуля или единицы при $p = n^{-(1+1/l)}$ для любого $l \in \mathbb{N}$;

   б) подчиняется закону нуля или единицы при $p \ll n^{-2}$;

   в) не подчиняется $2k$-закону нуля или единицы при $p = n^{-2/k}$;

   г) подчиняется закону нуля или единицы при $p = n^{-\alpha}$, где $1 + \frac{1}{l+1} < \alpha < 1 + \frac{1}{l}$ для некоторого $l \in \mathbb{N}$.