

Числа Гурвица и теневое исчисление

Определим *число Гурвица* $h_{g;\mu_1;\mu_2;\dots}$ равенством

$$h_{g;\mu_1;\mu_2;\dots} = \sum_f \frac{1}{|\text{Aut}(f)|},$$

где суммирование ведется по всем классам изоморфизма разветвленных накрытий f двумерной сферы степени n поверхностью рода g с разбиениями μ_1, μ_2, \dots над вырожденными точками ветвления, а через $|\text{Aut}(f)|$ обозначено число элементов в группе автоморфизмов такого разветвленного накрытия. Я расскажу о новых формулах для чисел Гурвица рода 0, отвечающих функциям с двумя вырожденными критическими значениями, при этом один из прообразов имеет произвольную кратность, а другой кратность коразмерности 1. Я постараюсь объяснить геометрическую мотивировку и доказать комбинаторное тождество, к которому сводится исходная задача, и которое позволяет вычислять суммы вида

$$\sum_{I \sqcup J = M} (t_I)_{(|I|-2,1)} (t_J)_{(|J|-2,1)},$$

где t_I - это сумма переменных t_i с индексами из конечного подмножества $I \subset M$, и $(a)_{(n,1)} = a(a-1)(a-2) \cdot \dots \cdot (a-n+1)$ — нисходящий факториал.