

# Официальная шпаргалка по дискретной математике

ГКЭ, январь 2015

## 1 Математическая логика и теория алгоритмов

### 1.1 Аксиомы исчисления высказываний

1.  $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
2.  $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$
3.  $(A \wedge B) \rightarrow A$
4.  $(A \wedge B) \rightarrow B$
5.  $A \rightarrow (B \rightarrow (A \wedge B))$
6.  $A \rightarrow (A \vee B)$
7.  $B \rightarrow (A \vee B)$
8.  $(A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C))$  – правило разбора случаев
9.  $(\neg A \rightarrow (A \rightarrow B))$
10.  $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A)$  – правило рассуждения от противного
11.  $A \vee \neg A$

### 1.2 Аксиомы исчисления предикатов

12.  $\forall x \varphi \rightarrow \varphi(t/x)$
13.  $\varphi(t/x) \rightarrow \exists x \varphi(x)$

### 1.3 Правило Бернайса

- $\frac{\psi \rightarrow \varphi}{\psi \rightarrow \forall x \varphi}$
- $\frac{\varphi \rightarrow \psi}{\exists x \varphi \rightarrow \psi}$

## 2 Дискретные структуры

### 2.1 Системы общих представителей

- $\tau(M) \leq \max\{\frac{n}{k}, \frac{n}{k} \ln \frac{sk}{n}\} + \frac{n}{k} + 1$
- $\tau(M) \geq \frac{n}{k} \ln \frac{sk}{n} - \frac{n}{k} \ln \ln \frac{sk}{n} - \frac{n}{k} \ln \ln k - \frac{3n}{k}$   
( $n \rightarrow \infty, s = s(n) \rightarrow \infty, k = k(n) \rightarrow \infty, k^2 = o(n), \ln \ln k = o(\ln(\frac{sk}{n}))$ ),  
 $\ln \frac{sk}{n} \rightarrow \infty, \ln^2 \frac{sk}{n} = o(k)$ )

## 3 Теория вероятностей и мат. статистика

### 3.1 Условия регулярности

1. Семейство  $\{P_\theta, \theta \in \Theta\}$  является доминируемым с плотностью  $p_\theta$  и  $P_{\theta_1} \neq P_{\theta_2}$  при  $\theta_1 \neq \theta_2$
2.  $A = \{x : p_\theta(x) > 0\}$  не зависит от  $\theta$
3. Наблюдение  $X = (X_1, \dots, X_n)$  есть выборка из неизвестного распределения  $P \in \{P_\theta, \theta \in \Theta\}$
4.  $\Theta \subset \mathbb{R}$  – открытый интервал
5. Плотность  $p_\theta(x)$  дифференцируема по  $\theta \forall x \in A$
6. Плотность  $p_\theta(x)$  трижды непрерывно дифференцируема по  $\theta$  при  $\forall x \in A$
7.  $\int_A p_\theta(x) \mu(dx)$  можно дважды дифференцировать по  $\theta$  под знаком интеграла
8. Информация Фишера одного элемента выборки  $i(\theta) = E_\theta(\frac{\delta}{\delta\theta} \ln p_\theta(X_1))^2$  положительна и конечна  $\forall \theta \in \Theta$
9.  $\forall \theta_0 \in \Theta \exists c > 0$  и  $H(X_1)$ , т.ч.  $\forall \theta \in [\theta_0 - c, \theta_0 + c]$  выполнено  $|\frac{\delta^3}{\delta\theta^3} \ln p_\theta(X_1)| \leq H(X_1)$ , причем  $E_\theta H(X_1) < +\infty \forall \theta \in [\theta_0 - c, \theta_0 + c]$