1) Тесты случайности

Пусть задан некий источник случайных битов. Надо понять, насколько этот источник хороший: нет ли в нём каких-то сдвигов, корреляций или других закономерностей. Идеально это сделать невозможно в принципе, поэтому можно пытаться приблизиться при помощи различных тестов случайности. Как теоретических тестов, так и программных продуктов разработано довольно много, но они слабо систематизированы. Классификация существующих и, возможно, разработка новых тестов - важная теоретическая и прикладная задача.

2) Колмогоровская сложность с ограничением на ресурсы

Колмогоровская сложность - характеристика меры случайности двоичного слова. Неформально говоря, это самый короткий самораспаковывающийся архив, в который можно упаковать данное слово. Если слово случайно, то оно несжимаемо, и наоборот. Теория колмогоровской сложности довольно хорошо разработана, известно много связей между сложностями различных слов. Если архив должен не просто распаковываться в данное слово, а делать это достаточно быстро, возникает сложность с ограничением на ресурсы. Глобальной задачей является изучение этой меры, поиск её сходств и различий с обычной колмогоровской сложностью, а также установление связей с классическими проблемами сложности вычислений наподобие "P=NP?"

3) Экстракторы с несколькими источниками

Экстрактор - функция, которая превращает "не очень равномерные" случайные величины в "почти равномерные". Это можно сделать, когда есть хотя бы две независимых случайных величины. Существует разрыв в параметрах между экстракторами, существование которых можно доказать, и экстракторами, которые можно построить явным образом. В последние годы появились новые конструкции, значительно сократившие этот разрыв. Эти конструкции очень сложны и многоэтапны, так что уже понять их целиком - большое достижение. Скорее всего, их можно упростить, а также приложить к некоторым другим вопросам.

4) Рациональные интерактивные доказательства

Всемогущий, но корыстный Мерлин общается с Артуром, который ограничен полиномиальными вероятностными вычислениями. Артур хочет узнать ответ на некоторый сложный вопрос, за что готов заплатить Мерлину. Но Артур должен быть уверенным, что ответ верный. Он устанавливает некоторую легко вычислимую оплату в зависимости от диалога с Мерлином. Мерлин, максимизируя оплату, выявляет правильный ответ. Такая модель называется рациональными интерактивными доказательствами и используется для моделирования облачных вычислений. В качестве исследовательских вопросов интересно подумать над конкретными примерами таких механизмов, а также над различными смежными моделями, например когда Мерлинов несколько.

5) Вычислительная сложность задач поиска

В экономической теории есть много теорем о существовании равновесия в той или иной модели. Обычно они доказываются неконструктивно, с опорой на теоремы о неподвижных точках. Но для какого-либо практического применения нужно уметь находить равновесие, по крайней мере приближённо. Оказывается, во многих случаях эта задача поиска является вычислительно сложной, а точнее полной в сложностном классе PPAD. В качестве исследовательской задачи можно классифицировать по сложности разные конкретные задачи: какие решаются эффективно, какие являются полными в тех или иных классах. Также есть вопросы про общую структуру разных классов.

6) Модели формирования коалиций

Пусть некоторое общество хочет разделиться на группы (клубы, юрисдикции, сообщества, партии и т.п.). С одной стороны, чем больше группа, тем лучше: можно сэкономить на фиксированных издержках обустройства группы. С другой стороны, в малой группе будет более однородный состав. Как найти баланс между этими двумя силами и всегда ли он вообще существует? Ответ существенно зависит от деталей постановки задачи и не для всех постановок известен. Исследовательская задача состоит в классификации известных результатов и поиске ответов для постановок с непонятным ответом.

7) Задача о дележе без зависти

Пусть некоторый разнородный ресурс ("пирог") делится между несколькими агентами, имеющими совершенно различные представления о том, какие части ресурса более ценны. Требуется разделить ресурс так, чтобы каждый агент считал, что его часть не меньше, чем у любого из остальных. Основной вопрос состоит в разработке протоколов получения такого дележа при помощи запросов относительно тех или иных частей пирога. Протокол для 3 агентов известен с 60-х годов, а вот для 4 агентов протокол придуман только в 2016 году. Затем он был распространён до n агентов, а в 2018 году придуман более эффективный протокол для четверых. Было бы интересно ещё улучшить эту протокол, построить протокол для 5 агентов или доказать какие-либо нижние оценки.