Темы научного руководства

Я могу предложить три направления исследований - все связаны с *алгебраическими многообразиями* и их *группами преобразований*. В каждом из них есть запрос на разработку фреймворка для работы с сопутствующими комбинаторными объектами.

1. Гибкие многообразия

Аффинное пространство A^n обладает примечательным свойством: любую точку можно перевести в любую другую аддитивными преобразованиями, примером которых служит $(x, y) \to (x + P(y), x)$. Более того, любой набор из *n* точек можно перевести в любой другой набор из *n* точек. Мы говорим, что такие преобразования действуют на A^n *бесконечно транзитивно*, и называем A^n *гибким*.

Я предлагаю искать новые примеры гибких многообразий. В частности, можно проверить гибкость *взвешенных проективных пространств* и искать конструкции, позволяющие получать новые гибкие многообразия из ранее известных.

2. Подразбиения симплициальных комплексов

Если для двумерных аффинных поверхностей их возможные группы автоморфизмов (т.е. преобразований) практически полностью классифицированы, то в высшей размерности структура группы автоморфизмов остаётся слабо исследованной.

В частности, для поверхностей существует *сильная факторизация* преобразований в цепочку *раздутий* точек, за которой следует цепочка *стягиваний* исключительных кривых.

Я предлагаю заняться проблемой сильной факторизации в высшей размерности для подкласса так называемых *внутренних* автоморфизмов. Эта проблема называется *гипотезой Оды* и сводится к задаче *взвешенных подразбиений* симплицальных комплексов - например, треугольника.

Более конкретно, можно реализовать программный модуль для работы с разбиениями и поиска эвристик, которые могли бы помочь в решении гипотезы. Любое продвижение важно!

3. T-многообразия

Торические многообразия - это многообразия, на которых алгебраический тор *T* действует с открытой орбитой. Они задаются *многогранными конусами* в аффинном случае и многогранниками в проективном случае.

Многие свойства торического многообразия выражаются через комбинаторные свойства соответствующего многогранника. Работа с торическими многообразиями реализована в ряде систем компьютерной алгебры.

Предположим теперь, что орбиты тора имеют коразмерность 1. Такое многообразие называется T-*мно-го-об-ра-зи-ем* и описывается конечным набором многогранников, привязанных к точкам на прямой.

Фреймворк, позволяющий работать с такими наборами, был бы востребован в задачах алгебраической геометрии и физики высоких энергий.