

Спецкурс “Диофантовы приближения” Программа.

1. Медианта двух рациональных дробей. Дерево Фарея. Получение всех рациональных чисел с помощью последовательного взятия медиант.
2. Ряды Фарея и их простейшие свойства.
3. Последовательности Штерна-Броко и их простейшие свойства. Порождающее преобразование.
4. Теорема Гурвица о диофантовых приближениях.
5. Цепные дроби. Представимость вещественных чисел. Порядок приближения числа его подходящей дробью.
6. Функция Минковского. Определение, непрерывность.
7. Производная функции Минковского.
8. Лемма Бlichфельда. Теорема Минковского о выпуклом теле и ее различные доказательства.
9. Представление натурального числа суммой двух квадратов: геометрический подход.
10. Представление натурального числа суммой четырех квадратов: геометрический подход.
11. Основы арифметики кватернионов. Кватернионы в задаче о представлении натурального числа суммой четырех квадратов.
12. Теорема Минковского и совместные приближения нескольких чисел. Метод Бlichфельда. Теорема Спона.
13. Рациональная параметризация поверхностей второго порядка.
14. Внутренние приближения на единичной окружности на плоскости.
15. Внутренние приближения на единичной сфере в \mathbb{R}^3 . Теорема Клейнбока-Меррилла.
16. Функция меры иррациональности (одномерный случай). Подходящие дроби и наилучшие приближения.
17. Теоремы Лежандра и Фату.
18. Спектры Лагранжа и Дирихле и их максимальные и минимальные точки.
19. Функция меры иррациональности (многомерный случай). Наилучшие совместные приближения и их простейшие свойства. Подпространства наилучших приближений.
20. Неравенства для диофантовых экспонент.