

Программа курса прикладной комбинаторной оптимизации, весна 2021, лекции 30 часов (15 лекций), семинары 30 часов (15 семинаров), ФПМИ, МФТИ

Расписание: по субботам, 15:30-18:30, онлайн, Join Zoom Meeting
<https://us02web.zoom.us/j/84860930180?pwd=ckFIT2syZ2c2ZTVpeHhUVklwdFB3dz09>

Преподаватель Борис Исаакович Гольденгорин,

электронная почта: goldengorin@gmail.com,

веб-сайты: <https://www.amazon.com/Boris-Goldengorin/e/B00AR073TE>

<https://www.youtube.com/watch?v=2-s4K3cBRxk>

<https://mipt.ru/education/chairs/dm/staff/goldengorin-boris-isaakovich.php>

Все желающие изучать этот курс должны прислать: полные ФИО, кафедру, факультет (школу), группу, уровни владения английским, языками программирования организатору курса Курузову Илье Алексеевичу: kuruzov.ia@phystech.edu

1. Описание курса

Наименование курса: Прикладная Комбинаторная Оптимизация (ПКО)

Тип курса: факультативный (по выбору)

(А) Предварительные условия:

- Базовая линейная алгебра, операции с матрицами и векторами, системы линейных уравнений и неравенств, локальные и глобальные минимумы и максимумы в элементарном математическом анализе.
- Microsoft Excel или любой решатель общего назначения (программное обеспечение), например, CPLEX, LINDO, ILOG и др.

(b) **Аннотация:** Основные комбинаторные модели оптимизации и алгоритмы для задач размещения, транспортировки товаров и маршрутизации транспортных средств, включая анализ чувствительности и устойчивости, применяемый к задачам о минимальном остовном дереве (МОД) и ее вариациях, кратчайшем пути, максимальном потоке - минимальном разрезе. В этом курсе будут рассмотрены задачи коммивояжера и маршрутизации транспортных средств (с ограничениями

на емкости транспортных средств, временные интервалы, получение и отправление грузов, периодичность расписаний и т. д.), задачи оптимизации расписаний с прерываниями на одной машине с произвольными временами поступления и завершения работ, произвольными длительностями выполнения работ, произвольными прерываниями и приоритетами (весами), а также широким спектром критериев оптимальности, например, минимизация суммарного взвешенного времени выполнения всех работ или минимизация суммарного взвешенного времени запаздывания выполнения всех работ, (см. видео на <https://www.youtube.com/watch?v=2-s4K3cBRxk>).

2. Цели обучения

Студенты, успешно прошедшие этот курс, будут знакомы с перечисленными моделями и алгоритмами и приобретут следующие навыки:

- Основные понятия вычислительных сложностей для задач и алгоритмов (как точных, так и эвристических), которые необходимы для дальнейшего изучения моделей и алгоритмов управления вычислительными методами, алгоритмов анализа больших данных, машинного обучения, исследования операций, теории игр и комбинаторной оптимизации.
- Навыки проектирования, реализации и анализа математических моделей и алгоритмов для решения прикладных задач комбинаторной оптимизации.
- Индивидуального представления исследовательской деятельности по заранее определенной схеме, включая подготовку соответствующего исследовательского отчета и/или научной статьи.
- Отчеты высокого качества будут рекомендованы для публикации в вводящих международных научных журналах по оптимизации, исследованию операций, компьютерным наукам, алгоритмам, математическому моделированию и т. д. (Q2 или Q1, подробности см. В scimago), среди этих журналов Journal of Global Optimization (ваш преподаватель, <https://www.springer.com/journal/10898/editors> член редакционной коллегии этого журнала), Journal of Combinatorial Optimization (<https://www.springer.com/journal/10878/editors> ваш преподаватель, член редакционной коллегии этого журнала), IEEE Transactions on Industrial Informatics, International Journal of Production Research, Applied Mathematical Modelling, Optimization Methods and Software - это лишь некоторые из них.

3. Результаты обучения

- Студент будет способен находить математические структуры, определенные на графах и транспортных сетях, связанные с задачами размещения, планирования и оптимизации расписаний.
- Будет владеть основными понятиями моделирования задач комбинаторной оптимизации, методами и алгоритмами их решения.
- Приобретет базовые навыки по разработке и внедрению точных и эвристических (аппроксимационных) алгоритмов для труднорешаемых (NP-трудных) задач, задач из количественной логистики, сложных задач комбинаторной оптимизации, планирования, управления производственными, в том числе вычислительными, процессами и информатики.

4. План курса (указанные темы лекций и семинаров предлагаются для выбора)

Результаты обучения в этом курсе соответствуют целям программы Науки о Данных (Data Science) кафедры Дискретной Математики, Физтех школы, МФТИ. По окончании курса студенты смогут моделировать, решать задачи и делать выводы, основываясь на следующих понятиях, математических моделях и методах решения задач комбинаторной оптимизации, включая точные, приближенные и эвристические алгоритмы.

1. Задачи о минимальном остовном дереве с анализом единственности и устойчивости их оптимальных решений, задачи об 1-дереве и линейного назначения, включая семейство задач, основанные на шаблонах в задаче о назначении и венгерском алгоритме их решения. **4 часа лекции, 4 часа семинары.**

2. Прерываемые задачи планирования на одной машине (задачи из теории расписаний) с различными целевыми функциями: суммарное взвешенное время завершения всех работ, суммарное взвешенное опоздание, суммарная максимальная задержка, взвешенное количество запоздалых заданий, общее взвешенное преждевременное выполнение, общее взвешенное преждевременное выполнение и запаздывание, общие взвешенные нелинейные функции в зависимости от ключевых

аргументов (время завершения, опоздания, преждевременность и опоздание, планируемые и скользящие перерывы и т. д.). Здесь студентам предлагается выбрать свою тему для исследований (домашней работы), презентации и потенциальной публикации. Доступное множество других тем для домашней работы, презентации и потенциальной публикации, включая вашу собственную гарантирует выбор новой постановки задачи, нового алгоритма ее решения. **6 часов лекции, 6 часов семинары**

3. Задача Коммивояжера (ЗК): обзор моделей и алгоритмов ее решения. **2 часа лекции, 2 часа семинары**

4. Допуски: верхние, нижние, и горлышковые в прикладной комбинаторной оптимизации. **2 часа лекции, 2 часа семинары**

5. Алгоритм ветвей и границ для Симметричной ЗК (СЗК). **2 часа лекции, 2 часа семинары**

6. Алгоритм ветвей и границ для Несимметричной ЗК (НЗК). **2 часа лекции, 2 часа семинары**

7. Алгоритм на основе верхних допусков для НЗК. **2 часа лекции, 2 часа семинары**

8. Алгоритм на основе нижних допусков для НЗК. **2 часа лекции, 2 часа семинары**

9. Корректирующие алгоритмы решения оптимизационных задач с действительными целевыми функциями. **2 часа лекции, 2 часа семинары**

10. Корректирующие алгоритмы решения НЗК и Простейшей Задачи Размещения (ПЗР). **4 часа лекции, 4 часа семинары**

11. Эвристики для решения ЗК: жадная (ближайший сосед на пути), жадная на основе допусков, ближайший сосед для подцикла; 2, 3-окрестностей. **2 часа лекции, 2 часа семинары**

12. Введение в субмодулярные функции: локальные, глобальные максимумы на диаграмме Хассе и их связные компоненты. **4 часа лекции, 4 часа семинары**

13. Супермодулярность целевой функции в Простейшей Задаче Размещения (ПЗР) и алгоритм ветвей без границ. **2 часа лекции, 2 часа семинары**

14. Теорема Черенина-Хачатурова. Правила отбраковки и правила сохранения. Алгоритм дихотомии (предварительного сохранения). **2 часа лекции, 2 часа семинары**

15. Алгоритм ветвей и границ (АВиГ) для задачи минимизации супермодулярной функции и ее приложения к ПЗР. **2 часа лекции, 2 часа семинары**

16. Недвоичные правила ветвления, применяемые к псевдодулевой формулировке ПЗР. Правило ветвления: сделай квадратный член линейным. **2 часа лекции, 2 часа семинары**

17. Задача квадратичного разбиения графа (ЗКРГ) - пример максимизации субмодулярной функции. **2 часа лекции, 2 часа семинары**

18. Теорема Черенина (квазивогнутость субмодулярных функций). **2 часа лекции, 2 часа семинары**

19. Жадный алгоритм для субмодулярных функций. **2 часа лекции, 2 часа семинары**

20. Псевдодулевские полиномы в простейшей задаче размещения (ПЗР). **2 часа лекции, 2 часа семинары**

21. Точные и эвристические алгоритмы для ПЗР. **2 часа лекции, 2 часа семинары**

22. Теорема усечения псевдо – булевского полинома для задачи о р-медиане задачи и ее применения для построения алгоритмов. **2 часа лекции, 2 часа семинары**

23. Агрегирование 2-мерных (обычных) матриц. Теорема Дилворса. **2 часа лекции, 2 часа семинары**

5. **Домашнее задание (исследовательский проект)** будет основано на задачах из теории расписаний, выполняемых индивидуально:

Домашние задания будут назначаться, начиная с четвертой недели только один раз в неделю. Поздняя сдача заданий будет принята со штрафом. Студенты, использующие чужую работу без ссылок (плагиат), получают неудовлетворительную оценку по курсу. Студенты должны будут выполнить свой исследовательский проект, используя следующие 5 шагов.

1. Постановка задачи, ее математическая модель и иллюстративный численный пример.
2. Обзор публикаций, связанных с вашей задачей, включая анализ математических моделей, алгоритмов, эталонных тестов и вычислительных исследований.
3. Проектирование и иллюстрация вашего алгоритма на численном примере.
4. Реализация вашего алгоритма и анализ вычислительных экспериментов.
5. Письменный научно-исследовательский отчет о результатах вашего исследования и его индивидуальная презентация.

Исследовательские проекты в рамках факультативного курса «Пркладная Комбинаторная Оптимизация» в задачах теории расписаний для одной машины»

В приложении вы можете найти несколько вводных публикаций, в которых можно ознакомиться с основными понятиями в теории оптимальных прерываемых расписаний для одной машины и сведение релаксаций этих задач к Задаче о Назначении (ЗН). Образец отчета по эвристике (файл OMS_14_Online_Sched.pdf) для задачи оптимизации прерываемых расписаний на одной машине с

произвольными временами появления и сроками завершения работ, их продолжительности, приоритетов (весов), минимизирующих общее взвешенное время выполнения (завершения) всех работ. Эта эвристика может использоваться как эффективная верхняя оценка (граница высокого качества) для построения точных Алгоритмов Ветвей и Границ (АВиГ) решения задач оптимизации планирования работ на одной машине с различными целевыми функциями.

Пожалуйста, сообщите преподавателю, какие «значения» параметров вашего собственного исследовательского проекта Вы выбрали (см. Приложение).

Параметры задач и алгоритмы (более подробную информацию ПКО см. В разделе «Ссылки на исследовательский проект 2020»)

7 целевых функций: общее взвешенное время выполнения, суммарное взвешенное опоздание, максимальная задержка, диапазон выполнения, взвешенное количество запоздалых заданий, общее взвешенное преждевременное выполнение, общее взвешенное преждевременное выполнение и опоздание, суммарная взвешенная нелинейная функция в зависимости от ключевых аргументов (время завершения, запаздывание) преждевременность и опоздание и т. д.).

2 типа алгоритмов: точный и приближенный (аппроксимации с теоретической оценкой и без оценки качества - эвристический).

6 типов точных алгоритмов: стандартный АВиГ, например, простые наивные правила ветвления, исключающие некоторые недопустимости релаксированного решения относительно допустимого решения исходной задачи; АВиГ на основе допусков (верхних, нижних и/или горлышковых), корректирующий АВиГ на основе придуманного или найденного в литературе эффективно (полиномиально) решаемого специального случая, корректирующий АВиГ на основе допусков.

4 типа алгоритмов аппроксимации: эвристика в режиме онлайн без теоретической оценки ее качества (экспериментальная оценка), эвристика с теоретической и экспериментальной оценкой ее качества, эвристика на основе шаблона в формулировке ЗН, эвристика на основе формулировки Булевского Линейного Программирования.

7 полиномиально разрешимых особых (специальных) случаев; по крайней мере, один случай для каждой из семи целевых функций.

Общее количество различных проектов оценивается как $7 \times 2 \times 6 \times 4 = 336 + 7 = 343$.

Вы можете выбрать свой исследовательский проект, указав точно один выбор для каждого параметра.

6. Контрольная работа и экзамен

У вас будет одна контрольная работа, предварительный экзамен и итоговый экзамен (комплексный). Контрольная работа будет объявлена за одну неделю до ее проведения. Студент, который пропускает экзамен (контрольную работу), может сдать его, имея предварительное разрешение от администрации кафедры, школы.

7. Презентация студента (не более 10 минут = 8 минут + 2 минуты для вопросов).

Презентации будут основаны на индивидуальных отчетах. Студенты будут оцениваться, как за свои презентации, так и вопросы, задаваемые во время презентаций.

8. Оценка: ПКО Весна 2021

Домашнее Задание – ДЗ (исследовательский проект)	30%
Презентация Проекта - ПП	10%
Контрольная Работа - КР	20%
Заключительный Экзамен - ЗЭ	40%

Итоговая Оценка ПКО (ИО_ИМЯ СТУДЕНТА) = 0,4 (ЗЭ) + 0,1 (ПП) + 0,2 (КР) + 0,3 (ДЗ).

Например, студентка Иванова получает следующие оценки:

ДЗ = 10, КР = 7, ПП = 9, ЗЭ = 6, таким образом
ИО_Иванова = 0,4 (6) + 0,1 (9) + 0,2 (7) + 0,3 (10) =
2,4 + 0,9 + 1,4 + 3 = 7,7 и после округления вверх 8.

Округление основано только на двух десятичных цифрах, например 8,01 означает 9, но 8,009 означает 8.

Все оценки будут опубликованы на сайте курса ПКО. Студенты должны периодически проверять свои оценки и немедленно уведомлять преподавателя, если они заметят любое расхождение.

Шкала Оценок

10	$\geq 90\%$
9	$\geq 80\%$
8	$\geq 75\%$
7	$\geq 70\%$
6	$\geq 65\%$
5	$\geq 60\%$
4	$\geq 50\%$
3	$\geq 40\%$
2	$\geq 25\%$
1	$\geq 15\%$
НУ	$< 50\%$

Отчеты о ходе обучения в середине семестра будут выдаваться всем учащимся в середине семестра. Оценка У (Удовлетворительно) - означает, что вы проходите обучение с оценкой 4 или выше; НУ (неудовлетворительно) - означает, что ваша оценка 3 или ниже; или ПО – пассивная оценка – означает, что студент не посещает занятия и/или не выполняет этапы промежуточного контроля знаний. Если Вы относитесь к категориям НУ или ПО, вам следует связаться с вашим инструктором и куратором, чтобы обсудить способы улучшения вашей работы, пока не стало слишком поздно, т.е. до вашего отчисления.

Рекомендованная Литература

1. B. Goldengorin. Quantitative Logistics: 20 Lectures in Combinatorial Optimization. Lecture Notes, Department of Operations, University of Groningen, The Netherlands, 2009.
2. B. Goldengorin, P.M. Pardalos. Data Correcting Approaches in Combinatorial Optimization. Springer, NY, 2012.
3. Boris Goldengorin, Dmitry Krushinsky, Panos M. Pardalos. Cell Formation in Industrial Engineering. Springer, 2013.
4. Gerard Sierksma, Diptesh Ghosh. Networks in Action. Springer, 2010.
5. B. Goldengorin. Lecture Notes 1, 2, 3.

6. Будут предоставлены дополнительные публикации, ссылки на сайты в интернете для домашней работы, семинаров и индивидуальных студенческих презентаций.
7. Ссылка на материалы курса в осеннем семестре 2020: <https://drive.google.com/drive/u/0/folders/14K1sn4zTcpM3qyZm06EK-1YG3IV-TUE8>